

Приклади розв'язування задач:

Впр. 30 (Засекіна), задача 4.

Після підвищення температури ідеального газу на 150 К середня квадратична швидкість руху його молекул збільшилась від 100 до 500 м/с. На скільки треба нагріти цей газ, щоби збільшити середню квадратичну швидкість руху його молекул 500 до 600 м/с?

$$\overline{v}_1 = 400 \text{ м/с}$$

$$\overline{v}_2 = 500 \text{ м/с}$$

$$\overline{v}_3 = 600 \text{ м/с}$$

$$\Delta T_{21} = 150 \text{ К}$$

$$\Delta T_{32} = ?$$

Розв'язування. Оскільки змінюється середня квадратична швидкість молекул газу, то змінюється й їхня середня енергія хаотичного руху, яка, як відомо, пропорційна абсолютній температурі T :

$$\overline{E} = \frac{3}{2} kT.$$

$$\overline{E} = \frac{m_0 \overline{v}^2}{2},$$

де m_0 – маса молекул газу.

Прирівнюючи вирази, отримуємо:

$$\frac{m_0 \overline{v}^2}{2} = \frac{3}{2} kT \quad \Rightarrow \quad T = \frac{m_0 \overline{v}^2}{3 \cdot k}.$$

Маса молекул газу невідома, однак її можна визначити із співвідношення:

$$\Delta T_{21} = T_2 - T_1 = \frac{m_0 \overline{v}_2^2}{3 \cdot k} - \frac{m_0 \overline{v}_1^2}{3 \cdot k} = \frac{m_0}{3 \cdot k} (\overline{v}_2^2 - \overline{v}_1^2) \quad \Rightarrow \quad \frac{m_0}{3 \cdot k} = \frac{\Delta T_{21}}{(\overline{v}_2^2 - \overline{v}_1^2)}.$$

Аналогічно можна записати, що

$$\Delta T_{32} = T_3 - T_2 = \frac{m_0 \overline{v}_3^2}{3 \cdot k} - \frac{m_0 \overline{v}_2^2}{3 \cdot k} = \frac{m_0}{3 \cdot k} (\overline{v}_3^2 - \overline{v}_2^2).$$

Тоді

$$\Delta T_{32} = \frac{\Delta T_{21}}{(\overline{v}_2^2 - \overline{v}_1^2)} \cdot (\overline{v}_3^2 - \overline{v}_2^2) = \Delta T_{21} \cdot \frac{(\overline{v}_3^2 - \overline{v}_2^2)}{(\overline{v}_2^2 - \overline{v}_1^2)}.$$

Звісно, можна одразу ж обчислювати, однак квадрати швидкостей – надто великі числа. Можна скористатися відомим розкладом різниці квадратів, щоби спростити вираз:

$$\Delta T_{32} = \Delta T_{21} \cdot \frac{(\overline{v}_3 - \overline{v}_2) \cdot (\overline{v}_3 + \overline{v}_2)}{(\overline{v}_2 - \overline{v}_1) \cdot (\overline{v}_2 + \overline{v}_1)}.$$

Тепер підставляємо числові дані і обчислюємо:

$$\Delta T_{32} = 150 \text{ K} \cdot \frac{(600 \text{ м/с} - 500 \text{ м/с}) \cdot (600 \text{ м/с} + 500 \text{ м/с})}{(500 \text{ м/с} - 400 \text{ м/с}) \cdot (500 \text{ м/с} + 400 \text{ м/с})} \approx 183 \text{ K},$$

що збігається із відповіддю в кінці підручника.

Впр. 30 (Засекіна), задача 5.

У посудині об'ємом 3 дм^3 міститься гелій масою 4 г , азот масою 10 мг і $5 \cdot 10^{21}$ молекул водню. Який тиск суміші, якщо її температура $27 \text{ }^\circ\text{C}$?

$$V = 3 \text{ дм}^3 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$m_2 = 4 \text{ мг} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ кг}$$

$$m_a = 10 \text{ мг} = 10 \cdot 10^{-6} \text{ кг}$$

$$N_g = 5 \cdot 10^{21}$$

$$T = 27 \text{ }^\circ\text{C} = 300 \text{ K}$$

$$p - ?$$

Розв'язування. Згідно з законом Дальтона (§34) тиск суміші газів дорівнює сумі парціальних тисків складових газів:

$$p = p_2 + p_a + p_g.$$

Відомо також, що тиск газу прямопропорційний його температурі, тобто

$$\frac{pV}{N} = kT.$$

Таким чином, тиск молекул водню доволі просто обчислюється за формулою

$$p_g = \frac{N_g}{V} kT.$$

Для знаходження інших парціальних тисків в цій формулі слід замінити кількість молекул еквівалентним виразом:

$$N = \nu \cdot N_A = \frac{m}{M} N_A,$$

де ν – кількість речовини, m – маса речовини, а M – її молярна маса. Отже

$$p_2 = \frac{m_2}{M_2} N_A \frac{kT}{V}; \quad p_a = \frac{m_a}{M_a} N_A \frac{kT}{V}.$$

Тоді

$$p = \frac{m_2}{M_2} N_A \frac{kT}{V} + \frac{m_a}{M_a} N_A \frac{kT}{V} + \frac{N_g}{V} kT = \frac{kT}{V} \left(\left[\frac{m_2}{M_2} + \frac{m_a}{M_a} \right] N_A + N_g \right).$$

Підставляємо числові дані і обчислюємо:

$$p = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К} \cdot 300 \text{ K}}{3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} \times \left(\left[\frac{4 \cdot 10^{-6} \text{ кг}}{0,004 \text{ кг/моль}} + \frac{10 \cdot 10^{-6} \text{ кг}}{0,028 \text{ кг/моль}} \right] \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1} + 5 \cdot 10^{21} \right) \approx 9,808 \text{ кПа}.$$

Відповідь збігається з поданою в кінці підручника.