

Приклади розв'язування задач:

Всі задачі, які приведені в §39 (Засекіна) та §37 (Бар'яхтар) слід детально розібрати. Тут приведені ці задачі, оскільки вони є типовими під час вивчення теми "Робота в термодинаміці". Я можу додати хіба деякі коментарі.

Задача 1. Ідеальний газ масою m , який мав температуру T , охолоджується ізохорно так, що його тиск зменшується в n разів. Потім газ розширюється під сталим тиском. У кінцевому стані температура газу дорівнює початковій. Визначте виконану газом роботу. Вважайте, що молярна маса газу відома й дорівнює M .

Дано:

m

T

n

M

A —?

Розв'язання:

Для наочності побудуємо графік процесу в координатах p, V (мал. 191, с. 198). Суцільною лінією $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ зображено процес в газі. Пунктирними лініями проведено ізоТЕРМИ. За умовою кінцева температура дорівнює початковій, отже, точки 1 і 3 лежать на одній ізоТЕРмі.

За умовою перехід зі стану 1 у стан 2 — ізохорне охолодження, $V = \text{const}$, отже, газ роботи не виконує; зі стану 2 у стан 3 — ізоБарне розширення, отже,

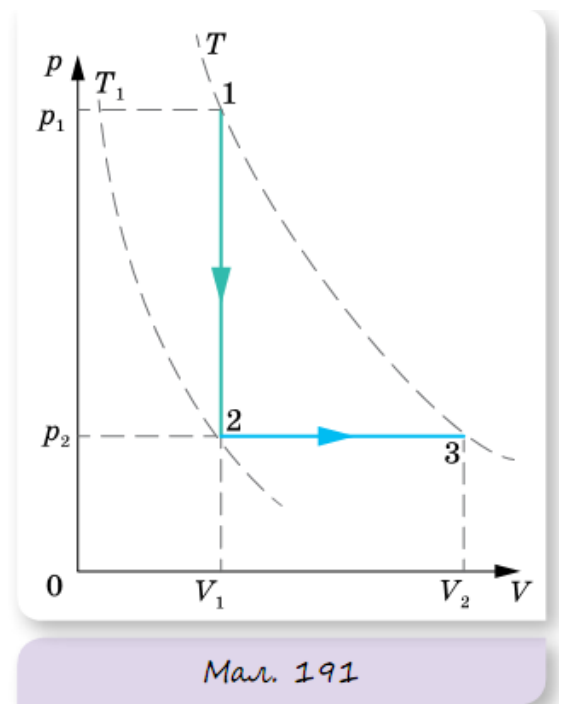
$$A = p_2(V_2 - V_1) = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1).$$

Температуру T_1 визначимо з рівняння ізохорного процесу: $\frac{p_1}{p_2} = \frac{T}{T_1} = n$, звідки

$$T_1 = \frac{T}{n}. \text{ Тоді виконана газом робота}$$

$$A = \frac{m}{M} RT \frac{n-1}{n}.$$

$$\text{Відповідь: } A = \frac{m}{M} RT \frac{n-1}{n}.$$

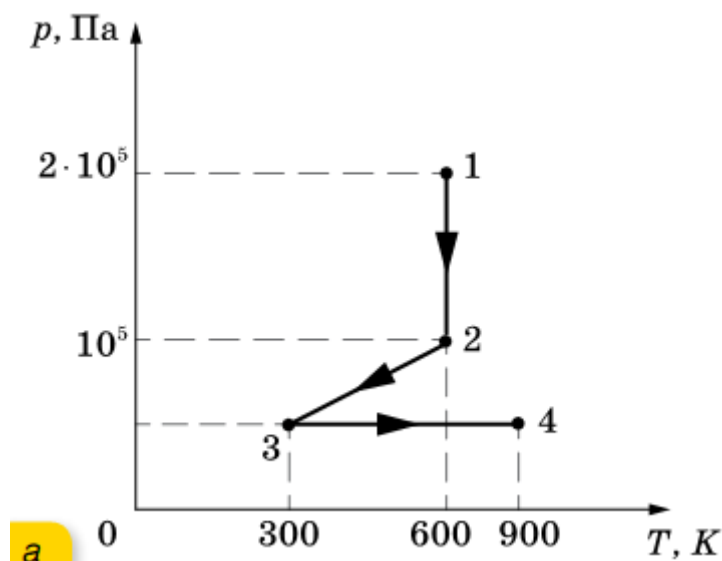


Увага! У формулі

$$A = p_2(V_2 - V_1) = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1).$$

температура T_2 насправді є температура T , а далі всі обчислення вірні.

Задача 2. 4 моль газу здійснюють процес, зображений на малюнку 192, а. На якій ділянці робота газу максимальна?



а

Мал. 192

Розв'язання:

Накреслимо графік цього процесу в координатах p, V (мал. 192, б). Для цього визначимо об'єм газу в точках 1, 2, 3 і 4.

1) Отже, згідно з законом Клапейрона: $p_1 V_1 = \nu RT_1$. Звідси $V_1 = \frac{\nu RT_1}{p_1}$.

Обчислюємо, взявши значення тиску і температури з малюнка 192, а:

$$V_1 = \frac{4 \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 600 \text{ К}}{2 \cdot 10^5 \text{ Па}} \approx 0,1 \text{ м}^3.$$

2) Процес 1→2 ізотермічний, тому

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2}.$$

Обчислюємо:

$$V_2 = \frac{2 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 0,1 \text{ м}^3}{10^5 \text{ Па}} = 0,2 \text{ м}^3.$$

3) Процес 2→3 ізохорний, тому об'єм незмінний: $V_3 = V_2 \Rightarrow V_3 = 0,2 \text{ м}^3$, однак при цьому змінюється тиск:

$$\frac{p_3}{T_3} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_3 = \frac{T_3 \cdot p_2}{T_2}.$$

Обчислюємо:

$$p_3 = \frac{300 \text{ K} \cdot 10^5 \text{ Па}}{600 \text{ K}} = 5 \cdot 10^4 \text{ Па}.$$

3) Процес 3→4 ізобарний, тому

$$\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_4}{T_4} \Rightarrow V_4 = \frac{T_4 \cdot V_3}{T_3}.$$

Обчислюємо:

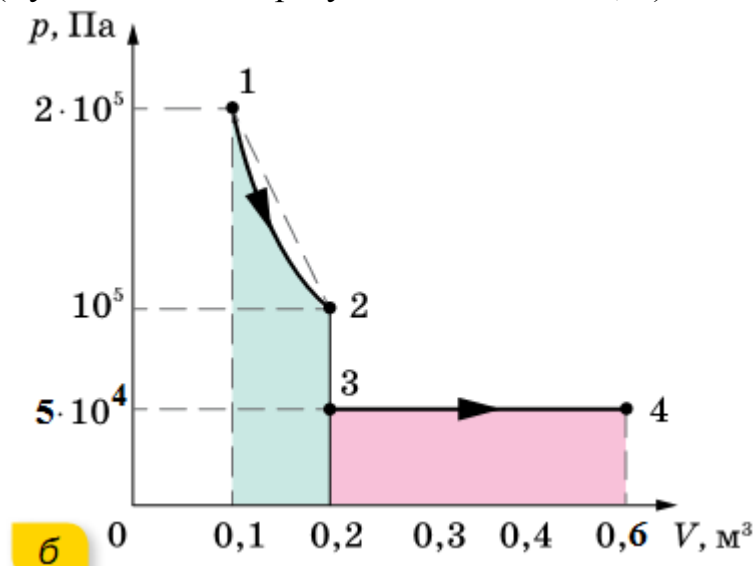
$$V_4 = \frac{900 \text{ K} \cdot 0,2 \text{ м}^3}{300 \text{ K}} = 0,6 \text{ м}^3.$$

Як можна побачити, Засекіна знову зробила помилку в обчисленнях, у неї

$V_4 = 0,5 \text{ м}^3$. Ось які результати обчислень вона приводить:

$$V_1 = \nu \frac{RT_1}{p_1}, V_1 = 0,1 \text{ м}^3, V_2 = 2 \cdot V_1, V_2 = 0,2 \text{ м}^3, V_3 = V_2 \text{ і } V_4 = 0,5 \text{ м}^3.$$

Використовуючи результати обчислень, можна побудувати графік процесу в координатах pV (Тут я дещо відкорегував малюнок 192, б):



На ділянці 2→3 робота рівна нулю (процес ізохорний). На ділянці 3→4 робота обчислюється як

$$A_{34} = p_3 (V_4 - V_3) = 5 \cdot 10^4 \text{ Па} \cdot (0,6 \text{ м}^3 - 0,2 \text{ м}^3) = 20000 \text{ Дж} = 20 \text{ кДж}.$$

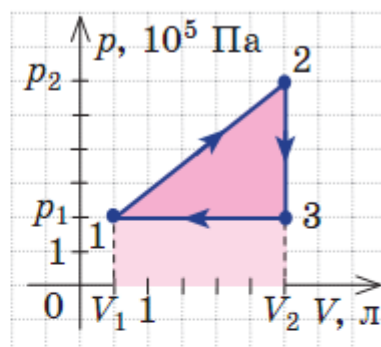
Далі все по підручнику вірно:

Ізотермічний процес відповідає ділянці 1 → 2. Площа, обмежена ізотермою 1 → 2, менша від площі трапеції 1-2- V_2 - V_1 . А площа трапеції дорівнює 15 кДж, тобто вона дорівнює площі прямокутника, що відповідає ділянці 3 → 4. Таким чином, $A_{1-2} < A_{3-4}$; $A_{2-3} = 0$. Отже, робота газу найбільша на ділянці 3 → 4.

3

Учимося розв'язувати задачі

Задача. На рисунку графічно зображено циклічний процес, здійснений ідеальним газом. Визначте роботу, яку виконав газ за цикл.



Аналіз фізичної проблеми, розв'язання. Повна робота за цикл дорівнює сумі робіт, виконаних у ході кожного процесу циклу. Згідно з геометричним змістом роботи робота газу в ході процесу 1–2 чисельно дорівнює площі прямокутної трапеції, основи якої дорівнюють p_1 і p_2 , а висота — $(V_2 - V_1)$; об'єм газу збільшується, тому ця робота додатна. Робота газу в ході процесу 2–3 дорівнює нулю, оскільки цей процес ізохорний.

Робота газу в ході процесу 3–1 чисельно дорівнює площі прямокутника зі сторонами p_1 і $(V_1 - V_2)$; об'єм газу зменшується, тому ця робота від'ємна. Отже, для визначення роботи за весь цикл потрібно від площі трапеції відняти площу прямокутника. Тобто, як видно з рисунка, робота за цикл чисельно дорівнює площі прямокутного трикутника 1–2–3:

$$A = \frac{(p_2 - p_1) \cdot (V_2 - V_1)}{2}.$$

Необхідні значення величин знайдемо з графіка:

$$p_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}; \quad p_2 = 6 \cdot 10^5 \text{ Па};$$

$$V_1 = 0,5 \text{ л} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3; \quad V_2 = 3 \text{ л} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Перевіримо одиницю, знайдемо значення шуканої величини:

$$[A] = \text{Па} \cdot \text{м}^3 = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot \text{м}^3 = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж};$$

$$A = \frac{(6 \cdot 10^5 - 2 \cdot 10^5) \cdot (3 \cdot 10^{-3} - 0,5 \cdot 10^{-3})}{2} = 5 \cdot 10^2 \text{ (Дж)}.$$

Відповідь: $A = 0,5 \text{ кДж}$.

