

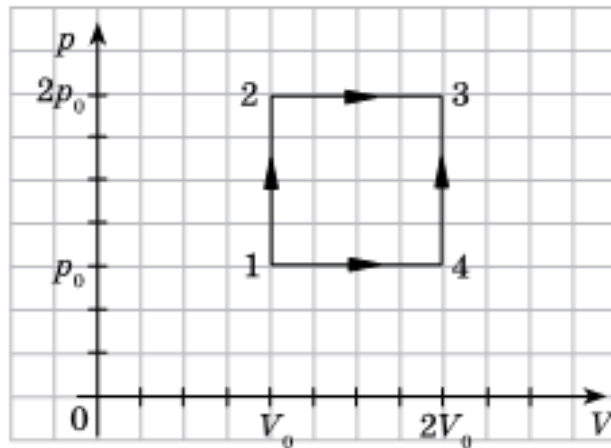
Приклади розв'язування задач:

Задачі на повторення по темі:

"Внутрішня енергія. Способи зміни внутрішньої енергії" та "Робота в термодинаміці"

Збірник Божинова, задача 32.7

32.7. Чи залежить зміна внутрішньої енергії газу від способу переведення цього газу зі стану 1 у стан 3 (див. рисунок)? Відповідь обґрунтуйте.



Розв'язування.

Як відомо, внутрішня енергія системи пропорційна температурі газу і не залежить від об'єму, тиску чи інших макропараметрів

$$U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT,$$

де i – кількість ступенів свободи (див. визначення на стор. 193, Засекіна). Температура в точках 1 і 3 визначається тільки з рівняння стану ідеального газу:

$$\begin{cases} p_0 V_0 = \nu RT_1 \\ 2p_0 2V_0 = \nu RT_3 \end{cases} \Rightarrow T_3 = 4T_1,$$

і не залежить від способу переведення системи з одного стану в інший. До речі, внутрішня енергія системи також зросте в чотири рази.

На відміну від внутрішньої енергії робота ідеального газу вже залежатиме від способу такої зміни стану системи. Тут ми маємо справу з чотирма процесами: двома ізохорними ($1 \rightarrow 2$ і $4 \rightarrow 3$) та з двома ізобарними ($1 \rightarrow 4$ і $2 \rightarrow 3$). Під час ізохорних процесів, як відомо, робота газу рівна нулю, тому для ізобарного процесу $1 \rightarrow 4$ робота становитиме:

$$A_{14} = p_0 \cdot (2V_0 - V_0) = p_0 V_0,$$

а для ізобарного процесу $2 \rightarrow 3$ –

$$A_{23} = 2p_0 \cdot (2V_0 - V_0) = 2p_0 V_0,$$

тобто вдвічі більше.

Оскільки (це ми будемо вчити далі) зміна внутрішньої енергії та виконання роботи здійснюється за рахунок наданої теплоти, то у випадку переходу $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ кількість наданої теплоти буде на величину:

$$A_{23} - A_{14} = 2p_0 V_0 - 2p_0 V_0 = p_0 V_0$$

більша, ніж у разі переходу $1 \rightarrow 4 \rightarrow 3$ (зміна внутрішньої енергії під час обох переходів однакова).

Збірник Божинова, задача 32.46

32.46. Маса суміші криптонію й аргону дорівнює 62 г. Визначте масу аргону в цій суміші, якщо її внутрішня енергія за температури 27°C становить 3,74 кДж.

$$m = m_{Ar} + m_{Kr} = 62 \text{ г} = 0,062 \text{ кг}$$

$$T = 27^\circ\text{C} = 300 \text{ K}$$

$$U = 3,74 \text{ кДж} = 3740 \text{ Дж}$$

$$m_{Ar} = ?$$

Розв'язування. Внутрішня енергія суміші газів є сумою внутрішніх енергій кожного з газів

$$U = U_{Ar} + U_{Kr}.$$

Оскільки обидва гази одноатомні, то його молекули мають тільки три ступені свободи поступального руху, тому внутрішня енергія суміші становить:

$$U = \frac{3}{2} \frac{m_{Ar}}{M_{Ar}} R T + \frac{3}{2} \frac{m_{Kr}}{M_{Kr}} R T = \frac{3}{2} R T \left(\frac{m_{Ar}}{M_{Ar}} + \frac{m_{Kr}}{M_{Kr}} \right).$$

Оскільки

$$m = m_{Ar} + m_{Kr}, \quad \text{то} \quad m_{Kr} = m - m_{Ar}.$$

Підставляючи це значення в попереднє рівняння, отримуємо:

$$\begin{aligned} U &= \frac{3}{2} R T \left(\frac{m_{Ar}}{M_{Ar}} + \frac{m - m_{Ar}}{M_{Kr}} \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{2U}{3RT} &= \left(\frac{m_{Ar}}{M_{Ar}} - \frac{m_{Ar}}{M_{Kr}} \right) + \frac{m}{M_{Kr}} = m_{Ar} \left(\frac{1}{M_{Ar}} - \frac{1}{M_{Kr}} \right) + \frac{m}{M_{Kr}} \Rightarrow \\ \Rightarrow m_{Ar} &= \frac{\frac{2U}{3RT} - \frac{m}{M_{Kr}}}{\frac{1}{M_{Ar}} - \frac{1}{M_{Kr}}} = \frac{\frac{2U}{3RT} - \frac{m}{M_{Kr}}}{\frac{1}{M_{Ar}} - \frac{1}{M_{Kr}}} \cdot M_{Ar} \cdot M_{Kr}. \end{aligned}$$

Значення молярних мас аргону і криптонію візьмемо з періодичної таблиці:

$$M_{Ar} \approx 0,040 \text{ кг/моль}, \quad M_{Kr} \approx 0,084 \text{ кг/моль}.$$

Обчислюємо:

$$\begin{aligned} m_{Ar} &= \frac{2 \cdot 3740 \text{ Дж} - 0,062 \text{ кг} \cdot 3 \cdot 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{K)} \cdot 300 \text{ K}}{0,084 \text{ кг/моль} - 0,040 \text{ кг/моль}} \cdot 0,040 \text{ кг/моль} \cdot 0,084 \text{ кг/моль} \approx \\ &\approx 0,020 \text{ кг} = 20 \text{ г}. \end{aligned}$$

Якщо взяти точніші табличні дані,

$$M_{Ar} = 0,0399 \text{ кг/моль}, \quad M_{Kr} = 0,0838 \text{ кг/моль},$$

то отримаємо дещо уточнений варіант:

$$m_{Ar} = \frac{2 \cdot 3740 \text{ Дж} - 0,062 \text{ кг}}{3 \cdot 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)} \cdot 300 \text{ К} - 0,0838 \text{ кг/моль}} \cdot 0,0399 \text{ кг/моль} \cdot 0,0838 \text{ кг/моль} \approx$$

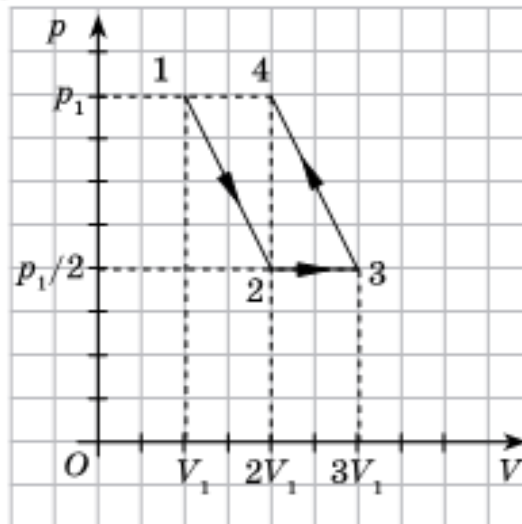
$$\frac{0,0838 \text{ кг/моль} - 0,0399 \text{ кг/моль}}{0,0838 \text{ кг/моль} - 0,0399 \text{ кг/моль}} \cdot 0,0399 \text{ кг/моль} \cdot 0,0838 \text{ кг/моль} \approx$$

$$\approx 0,0198 \text{ кг} = 19,8 \text{ г}, \text{ тобто похибка в } 1\% \text{ не надто суттєва.}$$

Відповідь: Суміш містить 20 г аргону.

Збірник Божинова, задача 32.92

32.92. Деякий газ переводиться з початкового стану в кінцевий (див. рисунок). Яку роботу виконує газ під час процесу, якщо в початковому стані він займав об'єм 4 м^3 за тиску 10^5 Па ?



До задачі 32.92

$$p_1 = p_4 = 10^5 \text{ Па}$$

$$p_2 = p_3 = \frac{p_1}{2}$$

$$V_1 = 4 \text{ м}^3$$

$$V_2 = V_4 = 2V_1$$

$$V_3 = 3V_1$$

$A = ?$

Розв'язування: Як відомо, робота ідеального газу для довільного процесу визначається площею фігури під графіком процесу, який зображений в координатах pV (Засекіна, 196 стор.). Однак при цьому слід враховувати, у який бік змінюється об'єм газу під час цього процесу: якщо він зростає, то газ виконує роботу, тобто робота додатна, якщо ж об'єм зменшується, робота буде від'ємною, оскільки її виконують над газом.

У випадку декількох послідовних процесів робота газу обчислюється як сума робіт газу у відповідних процесах. Отже:

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34},$$

при цьому роботи A_{12} і A_{23} – додатні, а робота A_{34} – від'ємна.

Робота A_{12} визначається як площа трапеції, утвореної прямою, що сполучає точки 1 і 2, перпендикулярами від цих точок до осі OV та відрізком осі $V_1 - 2V_1$. В такому разі

$$A_{12} = \frac{p_1 + p_2}{2} (V_2 - V_1) = \frac{p_1 + \frac{p_1}{2}}{2} (2V_1 - V_1) = \frac{3}{4} p_1 V_1.$$

Аналогічно визначаємо A_{23} і A_{34} :

$$A_{23} = p_2 (V_3 - V_2) = \frac{p_1}{2} (3V_1 - 2V_1) = \frac{1}{2} p_1 V_1,$$

$$A_{34} = \frac{p_1 + p_2}{2} (V_4 - V_3) = \frac{p_1 + \frac{p_1}{2}}{2} (2V_1 - 3V_1) = -\frac{3}{4} p_1 V_1.$$

Таким чином:

$$A = \frac{3}{4} p_1 V_1 + \frac{1}{2} p_1 V_1 - \frac{3}{4} p_1 V_1 = \frac{1}{2} p_1 V_1.$$

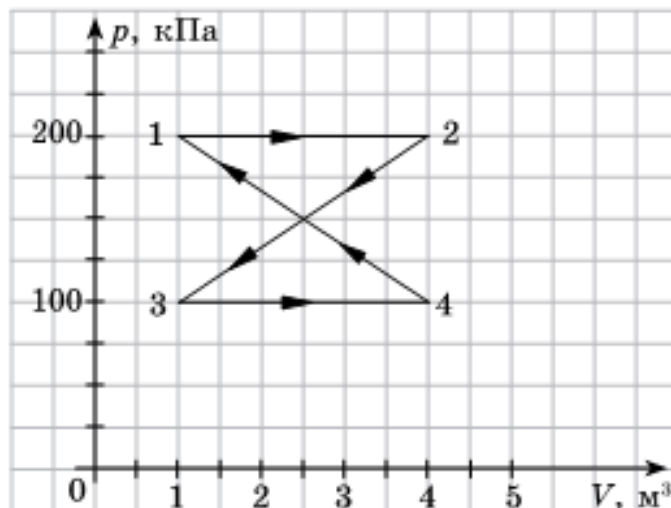
Обчислюємо:

$$A = \frac{1}{2} 10^5 \text{ Па} \cdot 4 \text{ м}^3 = 2 \cdot 10^5 \text{ Дж} = 200 \text{ кДж}.$$

Відповідь: газ виконає роботу 200 кДж.

Збірник Божинова, задача 32.94

32.94. Користуючись графіком, який наведено на рисунку, знайдіть роботу, яку виконує газ у ході процесу.



$$p_1 = p_2 = 200 \text{ кПа}$$

$$p_3 = p_4 = 100 \text{ кПа}$$

$$V_1 = V_3 = 1 \text{ м}^3$$

$$V_2 = V_4 = 4 \text{ м}^3$$

$$A = ?$$

Розв'язування: Ця задача дещо подібна до попередньої (Божинова, 39.92). Тут робота газу впродовж всього циклу є сумою робіт газу під час складових процесів цього циклу:

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41},$$

причому роботи A_{12} та A_{34} – додатні, а роботи A_{23} та A_{41} – від'ємні.

Додатні роботи A_{12} та A_{34} визначаються як:

$$A_{12} = p_1(V_2 - V_1), \quad A_{34} = p_3(V_4 - V_3),$$

а від'ємні A_{23} та A_{41} як:

$$A_{23} = \frac{p_2 + p_3}{2}(V_3 - V_2), \quad A_{41} = \frac{p_4 + p_1}{2}(V_1 - V_4).$$

Обчислюємо (тут всі роботи можна обчислити окремо):

$$A_{12} = 200000 \text{Па} \cdot (4 \text{м}^3 - 1 \text{м}^3) = 600000 \text{Дж} = 600 \text{кДж},$$

$$A_{34} = 100000 \text{Па} \cdot (4 \text{м}^3 - 1 \text{м}^3) = 300000 \text{Дж} = 300 \text{кДж},$$

$$A_{23} = \frac{200000 \text{кПа} + 100000 \text{кПа}}{2}(1 \text{м}^3 - 4 \text{м}^3) = -450000 \text{Дж} = -450 \text{кДж},$$

$$A_{41} = \frac{200000 \text{кПа} + 100000 \text{кПа}}{2}(1 \text{м}^3 - 4 \text{м}^3) = -450000 \text{Дж} = -450 \text{кДж}.$$

Отже, загальна робота:

$$A = 600 \text{кДж} + 300 \text{кДж} - 450 \text{кДж} - 450 \text{кДж} = 0.$$

Відповідь: сумарна робота газу упродовж циклу рівна нулю.