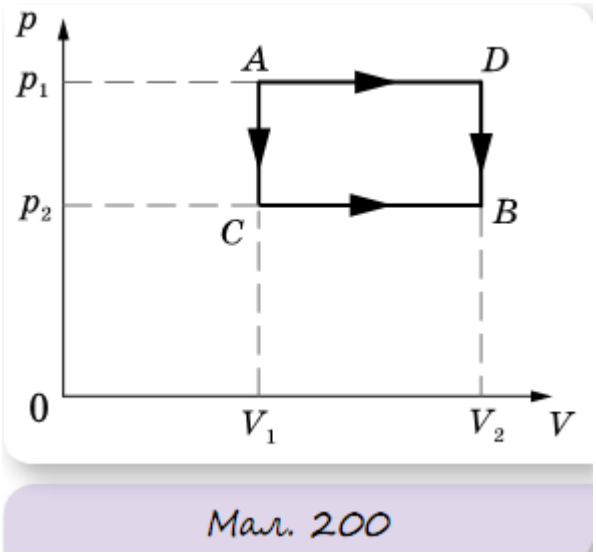
Приклади розв'язування задач:

Вправа 35, задача 4 (Засекіна)

4. Певна маса кисню займає об'єм $V_1 = 3$ л за температури $t_1 = 27$ °С і тиску $p_1 = 820$ кПа (мал. 200). В іншому стані газ має параметри $V_2 = 4{,}5$ л і $p_2 = 600$ кПа. Визначте кількість теплоти Q, одержану газом, роботу A, виконану газом під час розширення, та зміну ΔU внутрішньої енергії газу під час переходу з першого стану в другий: а) шляхом ACB; б) шляхом ADB.



Мал. 200

$V_1 = 3\,л = 0{,}003\ м^3$

$T_1 = 27\,^\circ C = 300\,K$

$p_1 = 820\,кПа = 820000\,Па$

$V_2 = 4{,}5\,л = 0{,}0045\ м^3$

$p_2 = 600\,кПа = 600000\,Па$

$Q_{ACB} - ?; \quad Q_{ADB} - ?$

$A_{ACB} - ?; \quad A_{ADB} - ?$

$\Delta U - ?$

Розв'язування. За першим законом термодинаміки

$$Q = \Delta U + A.$$

Оскільки процеси AC та DB – ізохорні, то газ виконуватиме роботу тільки під час ізобарних процесів AD і CB. Отже,

$$A_{ACB} = p_2 (V_2 - V_1), \qquad A_{ADB} = p_1 (V_2 - V_1).$$

Зміна внутрішньої енергії не залежить від шляху переходу і визначається тільки різницею температур в точках A та B:

$$\Delta U = \frac{5}{2} \nu R (T_B - T_A) = \frac{5}{2} \nu R (T_B - T_1).$$

Тут враховано, що газ двоатомний (O_2) і його молекула має п'ять ступенів свободи (множник $\frac{5}{2}$).

Щоби знайти температуру T_B, скористаємося об'єднаним газовим законом:

$$\frac{p_1 V_1}{T_A} = \frac{p_2 V_2}{T_B} \quad \Rightarrow \quad T_B = T_A \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1},$$

а для того, щоби визначити кількість речовини – рівнянням Клапейрона:

$$p_1 V_1 = \nu R T_A \qquad \Rightarrow \qquad \nu = \frac{p_1 V_1}{R T_A}.$$

Отже,

$$\Delta U = \frac{5}{2}\frac{p_1 V_1}{R T_A} R\left(T_A \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} - T_A\right) = \frac{5}{2} p_1 V_1 \left(\frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} - 1\right) = \frac{5}{2}\left(p_2 V_2 - p_1 V_1\right)$$

Обчислюємо:

$$\Delta U = \frac{5}{2}\left(600000\,Па \cdot 0{,}0045\,м^3 - 820000\,Па \cdot 0{,}003 м^3\right) = 600\,Дж,$$

$$A_{ACB} = p_2 (V_2 - V_1) = 600000\,Па \cdot \left(0{,}0045\,м^3 - 0{,}003 м^3\right) = 900\,Дж,$$

$$A_{ADB} = p_2 (V_2 - V_1) = 820000\,Па \cdot \left(0{,}0045\,м^3 - 0{,}003 м^3\right) = 1230\,Дж.$$

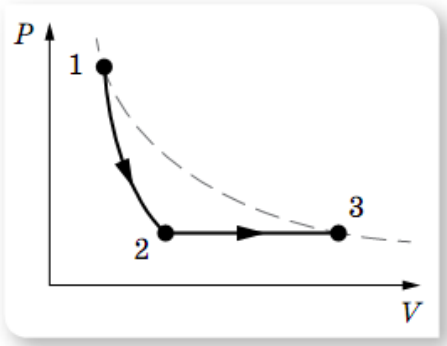
Тепер

$$Q_{ACB} = 600\,Дж + 900\,Дж = 1500\,Дж,$$
$$Q_{ADB} = 600\,Дж + 1230\,Дж = 1830\,Дж.$$

Як бачимо, одна з початкових умов задачі ($T_1 = 27\,^\circ C = 300\,K$) виявилась зайвою. До того ж у підручнику вже черговий раз приведена невірна відповідь.

Задача 2, стор. 203 (Засекіна)

Задача 2. Ідеальний одноатомний газ розширюється спочатку адіабатно, а потім ізобарно (див. мал. 199, пунктирна лінія — це ізотерма). За весь процес *1–2–3* газом здійснена робота 5 кДж. Яку роботу виконав газ під час ізобарного розширення?



Мал. 199

Дано:	**Розв'язання:**
$A_{123} = 5$ кДж	Робота за весь процес:
A_{23} — ?	$A_{123} = A_{12} + A_{23}$,

де A_{12} — робота газу під час адіабатного розширення, A_{23} — робота газу під час ізобарного розширення.

Застосуємо перший закон термодинаміки до адіабатного процесу й визначимо роботу газу A_{12}: $A_{12} = -\Delta U_{12}$, де зміна внутрішньої енергії $\Delta U_{12} = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1)$, тоді, враховуючи, що $T_1 = T_3$ (за умовою задачі):

(за умовою задачі точки 1 і 3 розміщені на єдиній ізотермі)

$$A_{12} = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2).$$

Під час ізобарного розширення робота газу $A_{23} = p_2(V_3 - V_2) = \nu R(T_3 - T_2)$.

$$A_{123} = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2) + \nu R(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_2).$$

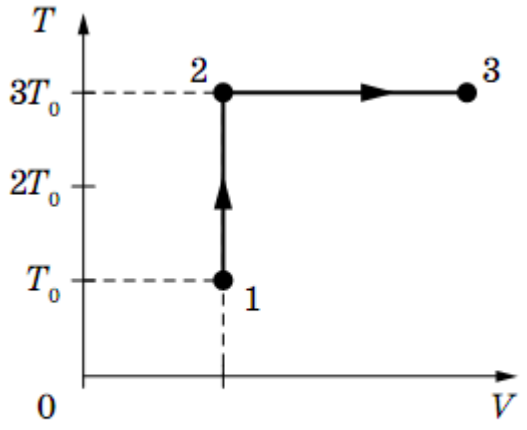
Звідси $(T_3 - T_2) = \frac{2}{5}\frac{A_{123}}{\nu R}$. Тоді $A_{23} = \nu R(T_3 - T_2) = \frac{2}{5}\frac{\nu R A_{123}}{\nu R} = \frac{2}{5}A_{123}$.

$A_{23} = 2$ кДж.

Відповідь: 2 кДж.

Вправа 35, задача 5 (Засекіна)

5. З одним молем одноатомного ідеального газу виконують процес *1–2–3* (мал. 201, де T_0 = 100 К). На ділянці 2–3 газу надають 2,5 кДж теплоти. Визначте відношення повної наданої кількості теплоти Q_{123} до роботи A_{123}, виконаної газом у ході процесу.



Мал. 201

$\nu = 1 моль$

$T_1 = T_0 = 100 K$

$T_2 = T_3 = 3T_0 = 300 K$

$Q_{23} = 2{,}5\ кДж = 2500\ Дж$

$\dfrac{Q_{123}}{A_{123}}$ – ?

Розв'язування. Проаналізуємо процеси:

Процес 1-2 – ізохорний, тому робота газу рівна нулю, а вся теплота, надана газу, йде на збільшення його внутрішньої енергії:

$$Q_{12} = \Delta U = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(3T_0 - T_0) = 3\nu R T_0 .$$

Процес 2-3 – ізотермічний, отже внутрішня енергія залишається незмінною, тоді як надана теплота повністю йде на виконання роботи газу:

$$Q_{23} = A_{23} .$$

Отже,

$$Q_{123} = Q_{12} + Q_{23}, \qquad A_{123} = Q_{23}, \qquad \frac{Q_{123}}{A_{123}} = \frac{Q_{12} + Q_{23}}{Q_{23}} = \frac{3\nu R T_0 + Q_{23}}{Q_{23}}.$$

Обчислюємо:

$$\frac{Q_{123}}{A_{123}} = \frac{3\nu R T_0 + Q_{23}}{Q_{23}} = \frac{3 \cdot 1 моль \cdot 8{,}31 Дж/(моль \cdot K) \cdot 100 K + 2500 Дж}{2500 Дж} \approx 2.$$

Відповідь: $\dfrac{Q_{123}}{A_{123}} \approx 2$.