

## Приклади розв'язування задач:

### Впр. 34, задача 10 (Засекіна)

- 10.** У горизонтальному циліндрі з поршнем міститься 0,1 моль гелію. Поршень утримується затворами й може ковзати без тертя вздовж стінок циліндра. Кулька масою 10 г, що летить горизонтально зі швидкістю  $400 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ , потрапляє в поршень і застряє в ньому. Температура гелію в момент зупинки поршня зростає до 64 К. Визначте масу поршня. Вважайте, що за час руху поршня газ не встигає обмінятися теплом з поршнем і циліндром.

**Увага:** Це відома стара задача. Засекіна, як завжди, допустилася помилки, а саме замість "Температура...зростає до 64 К" правильно має бути "Температура...зростає на 64 К".

$$\nu = 0,1 \text{ моль}$$

$$m_k = 10 \text{ г} = 0,01 \text{ кг}$$

$$v_k = 400 \text{ м/с}$$

$$\Delta T = 64 \text{ К}$$

$$m_n = ?$$

**Розв'язування.** Зміна внутрішньої енергії гелію можлива тільки за рахунок виконання над ним роботи, оскільки теплообмін відсутній. Тому вся зміна внутрішньої енергії гелію може відбуватися винятково за рахунок кінетичної енергії поршня після удару в нього кульки.

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = (m_n + m_k) \frac{v_n^2}{2}.$$

Оскільки удар кульки об поршень непружний, то закон збереження механічної енергії не виконується, зберігається тільки загальний імпульс системи:

$$m_k v_k = (m_n + m_k) \cdot v_n \Rightarrow v_n = \frac{m_k v_k}{m_n + m_k}.$$

Підставляємо результат у попереднє співвідношення:

$$\frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{1}{2} (m_n + m_k) \frac{(m_k v_k)^2}{(m_n + m_k)^2} = \frac{1}{2} \frac{(m_k v_k)^2}{(m_n + m_k)}.$$

Звідси

$$m_n = \frac{(m_k v_k)^2}{3 \nu R \Delta T} - m_k.$$

Обчислюємо:

$$m_n = \frac{(0,01 \text{ кг} \cdot 400 \text{ м/с})^2}{3 \cdot 0,1 \text{ моль} \cdot 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)} \cdot 64 \text{ К}} - 0,01 \text{ кг} \approx 0,090 \text{ г} = 90 \text{ г}.$$

Відповідь: маса поршня 90 г.

§40 (Засекіна), приклад розв'язування задач на стор. 202

**Задача 1.** 10 г кисню перебуває під тиском  $3 \cdot 10^5$  Па за температури  $10^\circ\text{C}$ . Після нагрівання за постійного тиску газ зайняв об'єм 10 л. Визначте кількість теплоти, яку одержав газ, зміну внутрішньої енергії та роботу, виконану газом під час розширення.

Дано:

$$m = 10^{-2} \text{ кг}$$

$$T_1 = 283 \text{ К}$$

$$p = 3 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$V_2 = 10^{-2} \text{ м}^3$$

$$Q - ?$$

$$\Delta U - ?$$

$$A - ?$$

Розв'язання:

З рівняння Менделєєва — Клапейрона  $pV_1 = \frac{m}{M} RT_1$  визначаємо початковий об'єм газу:

$$V_1 = \frac{m}{M} R \frac{T_1}{p}, V_1 = \frac{10^{-2} \text{ кг} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}} \cdot 283 \text{ К}}{32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ Па}} = 2,45 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Робота розширення газу  $A = p(V_2 - V_1)$ ,

$$A = 3 \cdot 10^5 \text{ Па} (10^{-2} \text{ м}^3 - 2,45 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3) = 2,26 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

Для визначення кількості теплоти, одержаної газом, потрібно спочатку визначити кінцеву температуру. Із закону Гей-Люссака  $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$  ви-

$$\text{значаємо: } T_2 = T_1 \frac{V_2}{V_1}, T_2 = 283 \text{ К} \frac{10^{-2} \text{ м}^3}{2,45 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} = 1155 \text{ К}.$$

Тоді кількість одержаної газом теплоти  $Q = cm(T_2 - T_1)$ ,

$$Q = 0,92 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} 10^{-2} \text{ кг} (1155 \text{ К} - 283 \text{ К}) = 8,02 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

А от далі цікавіше, знову помилка (несуттєва, але помилка):

Зміну внутрішньої енергії визначимо з першого закону термодинаміки:  $\Delta U = Q - A$ ,  $\Delta U = 8,02 \cdot 10^3 \text{ Дж} - 2,26 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 5,76 \text{ Дж}$ .

Навіть простий погляд показує, що

$$\Delta U = 8,02 \cdot 10^3 \text{ Дж} - 2,26 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 5,76 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

**Це ще одне нагадування про необхідність уважного відношення до арифметичних дій.**

## Збірник Божинова, задача 32.56

**32.56.** Ідеальний одноатомний газ ізохорно нагрівається так, що його внутрішня енергія зростає на 3 кДж. Визначте тиск газу після нагрівання, якщо об'єм газу 4 л, а початковий тиск 300 кПа.

$$\Delta U = 3 \text{ кДж} = 3000 \text{ Дж}$$

$$V_1 = 4 \text{ л} = 0,004 \text{ м}^3$$

$$p_1 = 300 \text{ кПа} = 300000 \text{ Па}$$

$$p_2 = ?$$

**Розв'язування.** Під час ізохорного процесу робота газу рівна нулю (об'єм незмінний), тому все тепло, надане газу, йде на зміну його внутрішньої енергії:

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R \Delta T.$$

Тут враховано що газ одноатомний (множник  $\frac{3}{2}$ ).

З іншого боку, згідно з законом Шарля

$$\begin{aligned} \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} &\Rightarrow p_2 = \frac{p_1}{T_1} \cdot T_2 = \frac{p_1}{T_1} \cdot (T_1 + \Delta T) = \frac{p_1}{T_1} \cdot (T_1 + \Delta T) = p_1 + p_1 \frac{\Delta T}{T_1} = \\ &= p_1 + \frac{p_1}{T_1} \cdot \frac{2 \Delta U}{3 \nu R} \end{aligned}$$

Початкову температуру знайдемо з рівняння Клапейрона:

$$p_1 V_1 = \nu R T_1 \Rightarrow T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R}.$$

Тоді

$$p_2 = p_1 + \frac{p_1 \cdot \nu R}{p_1 V_1} \cdot \frac{2 \Delta U}{3 \nu R} = p_1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{\Delta U}{V_1}.$$

Обчислюємо

$$p_2 = 300000 \text{ Па} + \frac{2}{3} \cdot \frac{3000 \text{ Дж}}{0,004 \text{ м}^3} = 800000 \text{ Па} = 800 \text{ кПа}.$$

Відповідь: тиск газу зросте до 800 кПа.