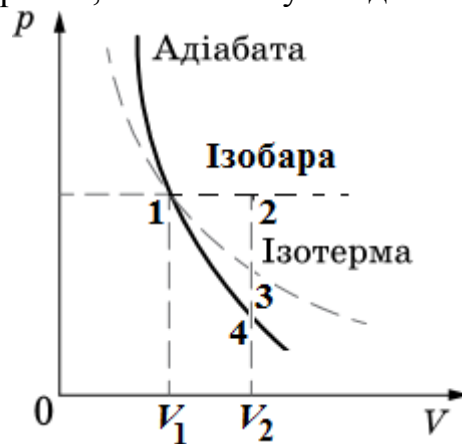


Приклади розв'язування задач:

Вправа 38, задача 3 (Бар'яхтар)

3. Газ розширюється від об'єму V_1 до об'єму V_2 в одному випадку ізотермічно, в другому — ізобарно, в третьому — адіабатно. У якому випадку газ виконує більшу роботу? газу передається більша кількість теплоти? внутрішня енергія газу зростає на більше значення?

Розв'язування: Оскільки робота газу графічно рівна площі під графіком відповідного ізопроцесу, то з рисунка видно, що найбільшу роботу газ виконує під час ізобарного розширення, а найменшу — під час адіабатного.



У випадку адіабатного розширення кількість переданої газу теплоти рівна нулю, отже є мінімальною. У разі термічного розширення вся теплота йде на виконання роботи, оскільки внутрішня енергія газу залишається незмінною, тобто

$$Q_{\text{ізотерм}} = A.$$

Під час ізобарного розширення робота виконується за рахунок наданої теплоти і зменшення внутрішньої енергії

$$Q_{\text{ізобар}} = A + \Delta U = p_1(V_2 - V_1) + \frac{i}{2} \nu R(T_2 - T_1).$$

Оскільки під час ізобарного процесу

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = T_1 \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow T_2 - T_1 = T_1 \frac{V_2}{V_1} - T_1 = T_1 \left(\frac{V_2}{V_1} - 1 \right),$$

то

$$\begin{aligned} Q_{\text{ізобар}} &= p_1(V_2 - V_1) + \frac{i}{2} \nu R T_1 \left(\frac{V_2}{V_1} - 1 \right) = p_1(V_2 - V_1) + \frac{i \nu R T_1}{2} \frac{V_2 - V_1}{V_1} = \\ &= p_1(V_2 - V_1) + \frac{i}{2} p_1(V_2 - V_1) = p_1(V_2 - V_1) \cdot \frac{1+i}{2}. \end{aligned}$$

Тепер обчислимо кількість наданої газу теплоти під час ізотермічного процесу. Площу під ізотермою важко порахувати точно, тому замінимо її (наближено) трапецією $V_1-1-3-V_2$. Тоді

$$Q_{\text{ізотерм}} \approx A = \frac{p_1 + p_2}{2} (V_2 - V_1).$$

З закону Бойля-Маріотта

$$\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} \Rightarrow p_2 = p_1 \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{p_1 + p_2}{2} = \frac{p_1 \frac{V_2}{V_1} + p_1}{2} = p_1 \cdot \frac{\frac{V_2}{V_1} + 1}{2}.$$

Отже,

$$Q_{\text{ізотерм}} \approx A = p_1(V_2 - V_1) \cdot \frac{\frac{V_2}{V_1} + 1}{2}.$$

Таким чином, порівнюючи значення теплоти, наданої газу під час ізобарного та ізотермічного процесів, можна помітити, що вони розрізняються тільки множниками

$$1 + i \text{ та } \frac{V_2}{V_1} + 1, \text{ а фактично доданками } i \text{ та } \frac{V_2}{V_1}$$

тобто кількість наданої теплоти під час ізобарного розширення буде більшою, ніж під час ізотермічного розширення в тому випадку, якщо $i > \frac{V_2}{V_1}$, і меншою,

якщо $i < \frac{V_2}{V_1}$. Отже, все визначається тільки співвідношенням між кількістю

ступенів свободи молекул газу та ступенем його розширення.

Щодо внутрішньої енергії, то під час ізотермічного розширення вона залишається незмінною. Щоби порівняти внутрішню енергію для інших ізопроесів, поглянемо ще раз на рисунок. Очевидно, що під час ізобарного розширення температура газу зростає (точка 2, відповідна ізотерма, що проходить через цю точку відповідає вищій температурі, див Засекіна, стор. 187), отже в цьому випадку внутрішня енергія газу збільшується.

Під час адіабатного розширення газ охолоджується (точка 4) тому, що робота виконується винятково за рахунок внутрішньої енергії, отже внутрішня енергія зменшується. Тому для адіабатного розширення внутрішня енергія буде мінімальною, а максимальною для ізобарного розширення.

Збірник Божинова, задача 32.71

32.71. Ідеальному газу передали кількість теплоти 100 кДж, при цьому його температура підвищилася в 3 рази. Визначте роботу, виконану зовнішніми силами над газом, якщо його внутрішня енергія в початковому стані становила 50 кДж.

$$Q = 100 \text{ кДж} = 100000 \text{ Дж}$$

$$T_2 = 3T_1$$

$$U_1 = 50 \text{ кДж} = 50000 \text{ Дж}$$

Розв'язування. Як відомо, перший закон термодинаміки має такий вигляд (Засекіна, стор. 200)

$$\Delta U = Q + A',$$

$A' - ?$

де A' – робота зовнішніх сил над газом.

$$U_1 = \frac{i}{2} \nu R T_1, \quad U_2 = \frac{i}{2} \nu R T_2 = \frac{i}{2} \nu R 3 T_1 = 3 U_1 \Rightarrow \Delta U = U_2 - U_1 = 2 U_1.$$

Отже,

$$A' = \Delta U - Q = 2 U_1 - Q, \quad A' = 2 \cdot 50 \text{ кДж} - 100 \text{ кДж} = 0.$$

Відповідь: Робота зовнішніх сил рівна нулю.

Вправа 35, задача 7 (Засекіна)

7. Тіло масою 1 кг вільно падає з висоти 2 м і потрапляє в циліндр на легкорухомий невагомий поршень. У результаті цього повітря, що перебуває в циліндрі під поршнем, дуже швидко стискається. Зміна температури повітря під час стискання становить 90°C . Скільки повітря міститься під поршнем?

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$h = 2 \text{ м}$$

$$\Delta T = 90^\circ\text{C} = 90 \text{ К}$$

$$\nu - ?$$

Розв'язування. Оскільки повітря швидко стискається, то процес відбувається без теплообміну, тобто є адіабатним. Це означає, що вся потенціальна енергія падаючого тіла переходить у внутрішню енергію

$$m g h = \Delta U.$$

Внутрішню енергію повітря будемо розраховувати виходячи з того, що повітря складається переважно (на 99 %) з двоатомних газів (кисень, азот), тобто кількість ступенів свободи відповідних молекул становить 5.

$$\Delta U = \frac{5}{2} \nu R \Delta T.$$

Отже

$$m g h = \frac{5}{2} \nu R \Delta T \Rightarrow \nu = \frac{2}{5} \cdot \frac{m g h}{R \Delta T}.$$

Обчислюємо

$$\nu = \frac{2}{5} \cdot \frac{m g h}{R \Delta T} = \frac{2 \cdot 1 \text{ кг} \cdot 10 \text{ Н/кг} \cdot 2 \text{ м}}{5 \cdot 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)} \cdot 90 \text{ К}} \approx 0,0107 \text{ моль}.$$

Приблизну масу повітря обчислимо виходячи з того, що молярна маса повітря становить приблизно $0,029 \text{ кг/моль}$:

$$m = 0,029 \text{ кг/моль} \cdot 0,0107 \text{ моль} \approx 0,00032 \text{ кг} = 0,32 \text{ мг}$$

Відповідь: Під поршнем міститься $0,011 \text{ моль}$ ($0,32 \text{ мг}$) повітря.