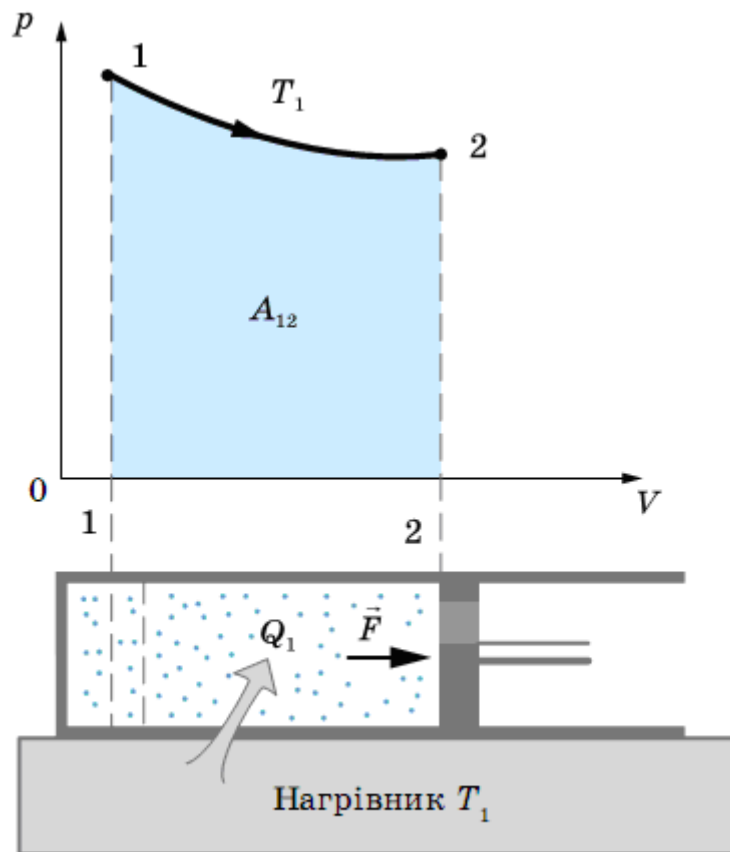


Цикл Карно.

В підручниках Засекіної та Бар'яхтара цикл Карно не надто детально висвітлений, до того ж у Засекіної малюнки 207 та 208 не зовсім коректні. Наприклад, вона пише (стор. 211):

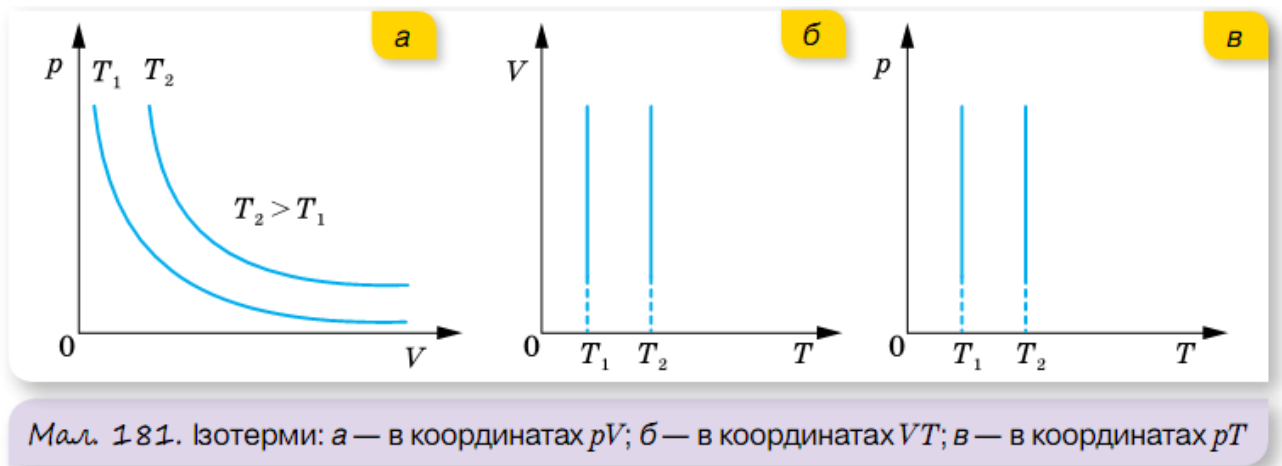
Розглянемо цикл Карно для ідеального газу. Газ, поміщений у теплопровідний циліндр із рухомих поршнем, приведемо в контакт із нагрівником, що має температуру T_1 . При цьому газ, нагріваючись до T_1 , ізотермічно розширюватиметься, переходячи зі стану 1 у стан 2 (мал. 207, а, на с. 212). У результаті газ отримає від нагрівника теплоту Q_1 та виконає супроти зовнішніх сил роботу $A_{12} = Q_2$.



а

Але, як відомо, графіком ізотермічного процесу в координатах pV є гіпербола. У тому ж підручнику на стор. 187 читаємо:

Часто закон Бойля — Маріотта записують так: $p = \frac{\text{const}}{V}$. Графічно залежність тиску газу сталої маси від об'єму за умови $T = \text{const}$ можна зобразити у вигляді гіперболи (порівняйте з $y = \frac{a}{x}$), яка для цього процесу називається *ізотермою* (мал. 181, а).



Саме тому, криві 1-2 та 3-4 на мал. 207 не є гіперболами, а отже і ізотермами. У підручнику Бар'яхтара цикл Карно зображено коректно, однак там відсутнє детальне пояснення.

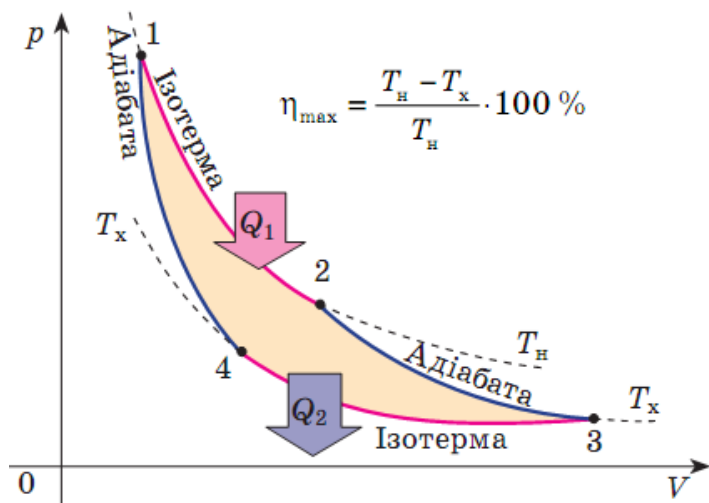


Рис. 39.4. Цикл Карно: 1-2 — ізотермічне розширення за температури T_H , робоче тіло одержує теплоту Q_1 ; 2-3 — адіабатне розширення, зменшення температури до T_x , теплообміну немає; 3-4 — ізотермічне стиснення за температури T_x , робоче тіло віддає теплоту Q_2 ; 4-1 — адіабатне стиснення, збільшення температури до T_H

Тому вивчати цю тему слід по Засекіній, але малюнок брати з Бар'яхтара. Крім того, слід додати декілька уточнень:

1) Після того, як робоче тіло (газ) ізотермічно розширюючись (процес 1-2) виконав роботу за рахунок теплоти Q_H , отриманої від нагрівника, переривають контакт між ними. Якщо привести робоче тіло одразу ж у безпосередній контакт з холодильником, то відбудеться проста теплопередача і внутрішня енергія буде втрачена. Саме тому під час процесу 2-3 слід зменшити температуру робочого тіла від температури нагрівника T_H до температури холодильника T_x . Це може бути будь-який термічний процес, однак Карно показав, що найоптимальнішим є саме адіабатний процес.

2) Після адіабатного охолодження 2-3 робоче тіло приводять в контакт з холодильником. Якщо цього не зробити, то наступне стискання робочого тіла також буде адіабатним а процес відбуватиметься в зворотному напрямі від точки 3 до точки 2, тобто без жодної користі. Контакт робочого тіла з холодильником забезпечує **ізотермічність** процесу стискання газу 3-4. Стискаючи газ, ми виконуємо над ним роботу, яка не йде на зміну його внутрішньої енергії (температура незмінна), а повністю передається у вигляді тепла Q_x холодильнику. Щоби холодильник під час цього не нагрівався, його теплоємність має бути дуже великою. Наприклад, на Бурштинській чи інших

теплових електростанціях роль холодильника виконує вся вода водосховища, яку неперервно подають для охолодження турбін.

3) Стиснений газ має низьку температуру T_x . Якщо його привести в контакт з нагрівником, то відбудеться суттєва втрата енергії за рахунок процесу теплопередачі. Тому робоче тіло від'єднують від холодильника і адіабатно стискають до температури T_n (процес 4-1). Після цього цикл повторюють.

4) Робота газу під час адіабатного розширення 2-3 абсолютно точно рівна роботі над газом під час адіабатного стискання 4-1, оскільки в обох випадках різниця між початковими і кінцевими температурами однакова. Як відомо, під час адіабатного процесу робота газу виконується тільки за рахунок зміни його внутрішньої енергії. Саме тому, робота газу упродовж всього циклу визначається винятково температурами нагрівника і холодильника, а також ступенем ізотермічного розширення $(\frac{V_2}{V_1})$ чи стискування $(\frac{V_3}{V_4})$.

Приклади розв'язування задач:

Вправа 36, задача 1 (Засекіна)

1. Температура нагрівника ідеальної теплової машини становить 117°C , а охолоджувача — 27°C . Кількість теплоти, що її дістає машина від нагрівника за 1 с, дорівнює 60 кДж . Обчисліть ККД машини, кількість теплоти, яку забирає охолоджувач за 1 с, і потужність машини.

$$T_H = 117^\circ\text{C} = 390\text{ K}$$

$$T_x = 27^\circ\text{C} = 300\text{ K}$$

$$Q_H = 60\text{ кДж}$$

$$t = 1\text{ с}$$

$$\eta - ?$$

$$Q_x - ?$$

$$P - ?$$

Розв'язування. Коефіцієнт корисної дії ідеальної теплової машини:

$$\eta = \frac{T_H - T_x}{T_H}.$$

З іншого боку,

$$\eta = \frac{A}{Q_H} = \frac{Q_H - Q_x}{Q_H},$$

де A – корисна робота машини. Отже

$$\eta Q_H = Q_H - Q_x \Rightarrow Q_x = Q_H(1 - \eta) = Q_H \left(1 - \frac{T_H - T_x}{T_H}\right) = Q_H \cdot \frac{T_x}{T_H},$$

$$P = \frac{A}{t} = \frac{Q_H - Q_x}{t}.$$

Обчислюємо:

$$\eta = \frac{390\text{ K} - 300\text{ K}}{390\text{ K}} \approx 0,23 = 23\%,$$

$$Q_x = 60\text{ кДж} \cdot \frac{300\text{ K}}{390\text{ K}} \approx 46\text{ кДж}.$$

$$P = \frac{60\text{ кДж} - 46\text{ кДж}}{1\text{ с}} = 14\text{ кВт}.$$

Задача на стор. 213 (Засекіна)

Можливо я не став би її копіювати, але в задачі є помилки друку, які не впливають на кінцевий результат. Отже

Задача. Один моль ідеального газу виконує замкнений процес, який складається з двох ізохор і двох ізобар. Температура в точці 1 дорівнює T_1 , а в точці 3 — T_3 . Визначте роботу, виконану газом за цикл, якщо точки 2 і 4 лежать на одній ізотермі.

Розв'язання:

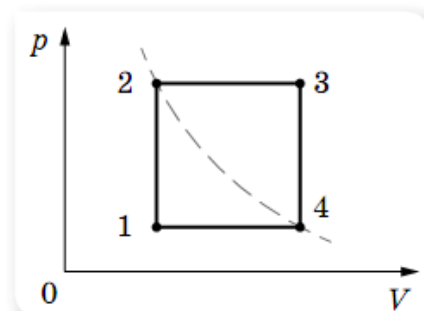
Робота газу дорівнює площі прямокутника 1–2–3–4 (див. мал. 209):

$$A = (p_2 - p_1)(V_4 - V_1), A = p_2V_4 - p_2V_1 - p_1V_4 + p_1V_1.$$

Записуємо рівняння Менделєєва — Клапейрона для кожного стану газу (для 1 моля газу):

$$p_1V_1 = RT_1, p_2V_2 = RT_2, p_3V_3 = RT_3, p_4V_4 = RT_4.$$

Ураховуючи, що $p_1 = p_4$, $p_2 = p_3$, $V_1 = V_2$, $V_3 = V_4$,
 $T_2 = T_4 = T$.



Мал. 209

До цих пір правильно, далі замість рядків

$$\begin{aligned} \text{Звідси } p_2V_4 = p_3V_3 = RT_3, p_2V_1 = p_2V_2 = RT_2 = RT_1, \\ p_2V_4 = p_4V_4 = RT_4 = RT_1, p_1V_1 = RT_1. \end{aligned}$$

має бути (жовтим виділено місця, де виправлено помилки)

$$\begin{aligned} \text{Звідси } p_2V_4 = p_3V_3 = RT_3, \quad p_2V_1 = p_2V_2 = RT_2 = RT, \\ p_1V_4 = p_4V_4 = RT_4 = RT, \quad p_1V_1 = RT_1. \end{aligned}$$

Далі все вірно.

Підставляючи ці формули у формулу для визначення роботи, маємо:
 $A = RT_3 - RT - RT + RT_1 = R(T_3 - 2T + T_1)$.

З ізохорного процесу випливає, що:

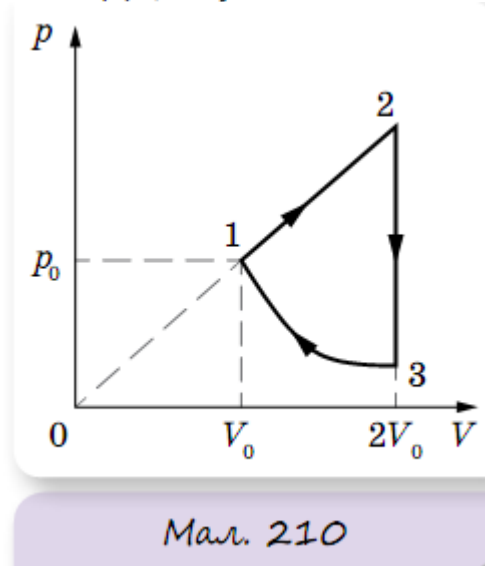
$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{T}{T_1}, \quad \frac{p_3}{p_4} = \frac{T_3}{T}, \quad \frac{p_2}{p_1} = \frac{p_3}{p_4} \rightarrow \frac{T}{T_1} = \frac{T_3}{T} \rightarrow T = \sqrt{T_1T_3}.$$

$$A = R(T_3 - 2\sqrt{T_3T_1} + T_1), \quad A = R(\sqrt{T_3} - \sqrt{T_1})^2.$$

Відповідь: $A = R(\sqrt{T_3} - \sqrt{T_1})^2$.

Вправа 36, задача 1 (Засекіна)

7. Над одноатомним ідеальним газом проводиться циклічний процес, показаний на малюнку 210. На ділянці 1-2 газ здійснює роботу $A_{12} = 1000$ Дж. Ділянка 3-1 — адіабата. Кількість теплоти, віддана газом охолоджувачу за цикл дорівнює $|Q_{\text{хол}}| = 3370$ Дж. Кількість речовини газу в ході процесу не змінюється. Визначте ККД циклу.



$$\begin{array}{l}
 p_1 = p_0 \\
 V_1 = V_0 \\
 V_2 = V_3 = 2V_0 \\
 A_{12} = 1000 \text{ Дж} \\
 Q_{\text{хол}} = 3370 \text{ Дж} \\
 \eta - ?
 \end{array}$$

Розв'язування. Проаналізуємо цикл. Під час процесу 1-2 виконується робота A_{12} та зростає температура газу, тобто його внутрішня енергія. Процес 2-3 — ізохорний, тут газ охолоджується, робота не виконується, тому холодильнику передається теплота за рахунок внутрішньої енергії газу. Процес 3-1 — адіабатний, над газом виконують роботу, але теплопередача відсутня. Таким чином, теплота газу надається нагрівником тільки в процесі 1-2, а передається холодильнику тільки в процесі 2-3.

Робота під час процесу 1-2 визначається площею трапеції 1-2- $2V_0$ - V_0 :

$$A_{12} = \frac{p_1 + p_2}{2} \cdot (V_2 - V_1).$$

Оскільки точки 1 і 2 і початок координат лежать на прямій, то

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{2V_0}{V_0} = 2 \Rightarrow p_2 = 2p_1 = 2p_0.$$

Отже,

$$A_{12} = \frac{p_0 + 2p_0}{2} \cdot (2V_0 - V_0) = \frac{3}{2} p_0 V_0.$$

Зміну внутрішньої енергії під час процесу 1-2 визначимо з рівняння Клапейрона (газ одноатомний, тому множник $3/2$)

$$\begin{aligned}\Delta U &= \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} (\nu R T_2 - \nu R T_1) = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \\ &= \frac{3}{2} (2 p_0 \cdot 2 V_0 - p_0 V_0) = \frac{9}{2} p_0 V_0 = 3 \cdot A_{12}.\end{aligned}$$

Отже, теплота, надана нагрівником становить:

$$Q_{наг} = A_{12} + \Delta U = A_{12} + 3 \cdot A_{12} = 4 \cdot A_{12}.$$

Коефіцієнт корисної дії теплової машини:

$$\eta = \frac{A}{Q_{наг}} = \frac{Q_{наг} - Q_{хол}}{Q_{наг}} = \frac{4 A_{12} - Q_{хол}}{4 A_{12}}.$$

Обчислюємо

$$\eta = \frac{4000 \text{ Дж} - 3370 \text{ Дж}}{4000 \text{ Дж}} = 0,1575 = 15,75\%.$$

Відповідь: ККД теплової машини становить 15,75%.