

Вправа 47, п.5 (Засєкіна)

До повітряного конденсатора, зарядженого до напруги 210 В, приєднали паралельно такий самий незаряджений конденсатор, але зі скляним діелектриком. Яку діелектричну проникність має скло, якщо на замисковій батареї встановилась напруга 30 В?

$$U = 30 \text{ В}$$

$$U_1 = 210 \text{ В}$$

$$\epsilon_1 = 1$$

$$\epsilon_2 = ?$$

Ми маємо справу з паралельним з'єднанням конденсаторів C_1 і C_2 , загальна ємність батареї конденсаторів:

$$C = C_1 + C_2$$

Заряд, накопичений конденсатором C_1 , не змінився, бо джерело від'єднано:

$$q = C_1 U_1 = (C_1 + C_2) U \quad (*)$$

Оскільки конденсатори за геометричними розмірами однакові, то

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_1 S}{d} \quad \text{і} \quad C_2 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_2 S}{d}$$

Діелектрична проникність повітря $\epsilon_1 = 1$, тоді

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \Rightarrow C_2 = \frac{C_1 \epsilon_2}{\epsilon_1} \Rightarrow \underline{C_2 = C_1 \epsilon_2}$$

Підставляємо значення C_2 у формулу (*):

$$C_1 U_1 = (C_1 + \epsilon_2 C_1) U$$

$$U_1 = (1 + \epsilon_2) U$$

$$\boxed{\epsilon_2 = \frac{U_1}{U} - 1}$$

$$\epsilon = \frac{210 \text{ В}}{30 \text{ В}} - 1 = 6$$

Відповідь: діелектрична проникність скла становить 6.

Вправа 47, п. 9 (Засекина Т.)

Визначте роботу, яку необхідно виконати, щоб збільшити відстань між пластинами плоского повітряного конденсатора на 0,4 мм. Площа кожної пластини дорівнює $2\pi \cdot 10^4 \text{ м}^2$, заряд — 200 нКл.

$$\Delta d = 0,4 \text{ мм} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

$$S = 2\pi \cdot 10^4 \text{ м}^2 = 2\pi \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$$

$$q = 200 \text{ нКл} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$$

A - ?

Збільшуючи відстань між пластинами, тим самим зменшуємо ємність конденсатора. Оскільки заряд конденсатора $q = C\varphi$ незмінний, то це означає підвищення на вольту напруги.

Отже, робота виражається на зміну енергії конденсатора:

$$A = \frac{C_2 U_2^2}{2} - \frac{C_1 U_1^2}{2} = \frac{q^2}{2C_2} - \frac{q^2}{2C_1} = \frac{q}{2} \left(\frac{d_2}{\epsilon_0 \epsilon S} - \frac{d_1}{\epsilon_0 \epsilon S} \right) = \frac{q \Delta d}{2 \epsilon_0 \epsilon S}$$

Діелектрична проникність повітря $\epsilon \approx 1$ (кон-р повітряний)

$$A = \frac{(2 \cdot 10^{-7} \text{ Кл})^2 \cdot 4 \cdot 10^{-4} \text{ м}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2} \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2} \approx 1,44 \cdot 10^{-4} \text{ Дж} = \underline{\underline{14,4 \text{ мкДж}}}$$

Відповідь: потрібно виконати роботу 14,4 мкДж

Вправа 47, п.10 (Засека Т.)

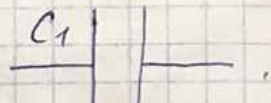
Плоский конденсатор ємністю $C = 60 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}$ заряджений в повітрі до потенціалу $U = 400 \text{ В}$. Після занурення конденсатора в рідкий діелектрик до половини висоти його пластин енергія конденсатора зменшилась на $\Delta W = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}$. Визначте діелектричну проникність діелектрика.

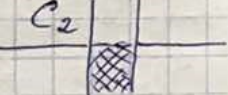
$$C_1 = 60 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}$$

$$U_1 = 400 \text{ В}$$

$$\Delta W = W_2 - W_1 = -1,2 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}$$

$\epsilon = ?$

До занурення: 

Після занурення: 

Ємність конденсатора еквівалентно становила C_1 :

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{d}, \quad (\epsilon_1 \approx 1), \quad \text{його}$$

$$\text{заряд } q_1 = C_1 U_1.$$

Після занурення в рідкий діелектрик, ми маємо фактично два конденсатори, з'єднані паралельно: конденсатором з повітряним діелектриком і площею пластин $\frac{S}{2}$ та конденсатором з рідким діелектриком і площею пластин $\frac{S}{2}$. Тому ємність цього конденсатора становитиме:

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{2d} + \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{2d} = \frac{C_1}{2} (1 + \epsilon).$$

При цьому заряд буде незмінним: $q_1 = q_2 \Rightarrow C_1 U_1 = C_2 U_2 \Rightarrow U_2 = U_1 \frac{C_1}{C_2}$

Зміна енергії конденсатора:

$$\begin{aligned} \Delta W &= W_2 - W_1 = \frac{C_2 U_2^2}{2} - \frac{C_1 U_1^2}{2} = \frac{C_2 \left(U_1 \frac{C_1}{C_2} \right)^2}{2} - \frac{C_1 U_1^2}{2} = \frac{C_1 C_1 U_1^2}{2 C_2} - \frac{C_1 U_1^2}{2} \\ &= \frac{C_1 U_1^2}{2} \left(\frac{C_1}{C_2} - 1 \right) = \frac{C_1 U_1^2}{2} \left(\frac{2}{1 + \epsilon} - 1 \right) = \frac{C_1 U_1^2}{2} \frac{1 - \epsilon}{1 + \epsilon}. \end{aligned}$$

$$\text{Тоді } \Delta W (1 + \epsilon) = \frac{C_1 U_1^2}{2} (1 - \epsilon)$$

$$\Delta W + \Delta W \epsilon = \frac{C_1 U_1^2}{2} - \frac{C_1 U_1^2}{2} \epsilon$$

$$\epsilon \left(\Delta W + \frac{C_1 U_1^2}{2} \right) = \frac{C_1 U_1^2}{2} - \Delta W$$

$$\boxed{\epsilon = \frac{C_1 U_1^2 - 2 \Delta W}{C_1 U_1^2 + 2 \Delta W}}$$

$$\epsilon = \frac{60 \cdot 10^{-12} \text{ Ф} \cdot (400 \text{ В})^2 + 2 \cdot 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}}{60 \cdot 10^{-12} \text{ Ф} \cdot (400 \text{ В})^2 - 2 \cdot 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}} \approx 1,67$$

Розрахуйте!

$$\Delta W = -1,2 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}$$

Відповідь: діелектрична проникність рідкого діелектрика становить **1,67**