

Приклади розв'язування задач.

Задача 1, Вправа 45 (Засекіна)

1. Електрон зі швидкістю $1,8 \cdot 10^4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ влітає в однорідне електричне поле напруженістю $3 \frac{\text{мН}}{\text{Кл}}$ і рухається проти ліній поля. З яким прискоренням рухається електрон і якою буде його швидкість, коли він пройде відстань $7,1 \text{ см}$? Скільки часу необхідно для набуття цієї швидкості? Рух електрона відбувається у вакуумі.

$$v_0 = 1,8 \cdot 10^4 \text{ м/с}$$

$$E = 3 \text{ мН/Кл} = 0,003 \text{ Н/Кл}$$

$$d = 7,1 \text{ см} = 0,071 \text{ м}$$

$$a - ? \quad v - ? \quad t - ?$$

Розв'язування. Оскільки лінії електричного поля починаються на позитивних зарядах, а електрон заряджений негативно, то в цьому полі він буде прискорювати свій рух. Сила, що діє на електрон збоку поля становить

$$F = e \cdot E,$$

тобто прискорення електрона становитиме

$$a = \frac{F}{m} = \frac{e \cdot E}{m},$$

де m – маса електрона, а e – його заряд.

Кінцеву швидкість визначимо за відомою формулою, що поєднує початкову, кінцеву швидкості, прискорення та переміщення

$$d \cdot a = \frac{v^2 - v_0^2}{2}.$$

(Як відомо, ця формула є наслідком закону збереження механічної енергії, його можна отримати, якщо обидві частини формули помножити на масу m). Отже

$$v = \sqrt{2d \cdot a + v_0^2}.$$

Тепер неважко отримати і час набуття цієї швидкості:

$$t = \frac{v - v_0}{a}.$$

Обчислюємо:

$$a = \frac{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 0,003 \text{ Н/Кл}}{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}} \approx 5,276 \cdot 10^8 \text{ м/с}^2,$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 0,071 \text{ м} \cdot 5,276 \cdot 10^8 \text{ м/с}^2 + (1,8 \cdot 10^4 \text{ м/с})^2} \approx 2,00 \cdot 10^4 \text{ м/с},$$

$$t = \frac{2,00 \cdot 10^4 \text{ м/с} - 1,8 \cdot 10^4 \text{ м/с}}{5,276 \cdot 10^8 \text{ м/с}^2} \approx 3,79 \cdot 10^{-6} \text{ с}.$$

Зауважте, всі проміжні обчислення проводилися з точністю щонайменше три значущі цифри, після закінчення обчислень результати можна додатково округлити.

Задача 2, Вправа 45 (Засекіна)

2. Кулька масою 40 мг, що має позитивний заряд $q = 1$ нКл, рухається зі швидкістю $10 \frac{\text{см}}{\text{с}}$.

На яку відстань може наблизитись кулька до позитивного точкового заряду $q_0 = 1,33$ нКл?

$$m = 40 \text{ мг} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ кг}$$

$$v_0 = 10 \text{ см/с} = 0,1 \text{ м/с}$$

$$q = +1 \text{ нКл} = +10^{-9} \text{ Кл}$$

$$q_0 = +1,33 \text{ нКл} = +1,33 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

$d - ?$

Розв'язування. Очевидно, що вся кінетична енергія кульки буде витрачена на виконання роботи проти кулонівських сил заряду q_0 . Оскільки кулька летіла з нескінченно великої відстані до точки на відстані d від заряду q_0 , то ця робота еквівалентна за модулем роботі електричного поля заряду q_0 з переміщення заряду q від точки d в у нескінченність, а саме:

$$\frac{mv_0^2}{2} = q \cdot \varphi = q \cdot \frac{q_0}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 \cdot d} \Rightarrow d = q \cdot \frac{q_0}{2\pi \varepsilon \varepsilon_0 \cdot mv_0^2}.$$

Обчислюємо:

$$d = 1 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} \cdot \frac{1,33 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}}{2 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2 / (\text{Н} \cdot \text{м}^2) \cdot 4 \cdot 10^{-5} \text{ кг} \cdot (0,1 \text{ м/с})^2} \approx \approx 0,060 \text{ м} = 6 \text{ см}.$$

Задача 3, Вправа 45 (Засекіна)

3. Яка робота виконується у разі перенесення точкового заряду 20 нКл із нескінченності в точку, що лежить на відстані 1 см від поверхні кулі радіусом 1 см з поверхневою густиною заряду $10 \frac{\text{мкКл}}{\text{м}^2}$?

$$q = 20 \text{ нКл} = 2 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$$

$$d = 1 \text{ см} = 0,01 \text{ м}$$

$$R = 1 \text{ см} = 0,01 \text{ м}$$

$$\sigma = 10 \text{ мкКл/м}^2 = 10^{-5} \text{ Кл/м}^2$$

$A - ?$

Розв'язування. Як відомо, поле зарядженої кулі на відстані, що перевищує її радіус (тобто поза кулею) не відрізняється від поля точкового заряду з центром в центрі цієї кулі, і зарядом, що становить сумарний заряд кулі. Тому потенціал поля такої кулі не відрізнятиметься від потенціалу поля точкового заряду з тією тільки різницею, що для всіх $d > 0$ відстань слід відраховувати не від поверхні кулі, а від її центра.

Таким чином, робота по переміщенню заряду q з нескінченності в точку на відстані $d + R$ від центра становитиме:

$$A = q \cdot \varphi = q \cdot \frac{q_0}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 \cdot (d + R)} = q \cdot \frac{\sigma \cdot 4 \cdot \pi \cdot R^2}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 \cdot (d + R)} = q \cdot \frac{\sigma \cdot R^2}{\varepsilon \varepsilon_0 \cdot (d + R)}.$$

Обчислюємо:

$$A = 2 \cdot 10^{-8} \text{ Кл} \cdot \frac{10^{-5} \text{ Кл/м}^2 \cdot (0,01 \text{ м})^2}{8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2 / (\text{Н} \cdot \text{м}^2) \cdot (0,02 \text{ м})} \approx 1,13 \cdot 10^{-4} \text{ Дж}.$$