

Приклади розв'язування задач.

Задача 3, Вправа 42 (Бар'яхтар)

3. Заряд 2 мКл перемістили з точки A , розташованої на відстані 10 см від точкового заряду $Q = 5 \text{ мКл}$, у точку B , розташовану від заряду Q на відстані 5 см . Яку роботу виконало електричне поле? Чи буде ця робота залежати від того, якою траєкторією переміщували заряд?

$$q = 2 \text{ мКл} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$$

$$Q = 5 \text{ мКл} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$$

$$r_A = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$$

$$r_B = 5 \text{ см} = 0,05 \text{ м}$$

$$A - ?$$

Розв'язування. Оскільки потенціал поля точкового заряду залежить тільки від відстані до центру заряду, то робота по переміщенню заряду з однієї точки в іншу не залежить від траєкторії і визначається різницею потенціалів відповідних точок:

$$\begin{aligned} A &= q \cdot (\varphi_A - \varphi_B) = q \cdot \left(\frac{Q}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 \cdot r_A} - \frac{Q}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 \cdot r_B} \right) = \\ &= \frac{q \cdot Q}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right). \end{aligned}$$

$$A = \frac{2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2 / (\text{Н} \cdot \text{м}^2)} \cdot \left(\frac{1}{0,1 \text{ м}} - \frac{1}{0,05 \text{ м}} \right) \approx -0,9 \text{ Дж}.$$

Знак роботи від'ємний, оскільки ми вважаємо обидва заряди додатними, а отже, щоби зблизити заряди слід виконати додатну роботу проти сил поля, тому робота самих сил поля буде мати протилежний знак (від'ємний).

Задача 5, Вправа 42 (Бар'яхтар)

5. Електрон, рухаючись зі швидкістю $3 \cdot 10^7 \text{ м/с}$, влітає в електричне поле. Визначте різницю потенціалів, яку необхідно пройти електрону, щоб швидкість його руху зменшилася до $1 \cdot 10^7 \text{ м/с}$.

$$v_0 = 3 \cdot 10^7 \text{ м/с}$$

$$v_1 = 1 \cdot 10^7 \text{ м/с}$$

$$U - ?$$

Розв'язування. Робота сил поля витрачається на зміну кінетичної енергії електрона:

$$e \cdot U = m \cdot \left(\frac{v_1^2}{2} - \frac{v_0^2}{2} \right) \Rightarrow U = \frac{m}{e} \cdot \left(\frac{v_1^2}{2} - \frac{v_0^2}{2} \right).$$

Обчислюємо:

$$U = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}}{-1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}} \cdot \left(\frac{(3 \cdot 10^7 \text{ м/с})^2}{2} - \frac{(1 \cdot 10^7 \text{ м/с})^2}{2} \right) \approx -2275 \text{ В}.$$

Задача 5, Вправа 45 (Засекіна)

5. Точкові заряди $q_1 = -17$ нКл та $q_2 = 20$ нКл перебувають від точкового заряду $q_3 = 30$ нКл відповідно на відстанях $l_1 = 2$ см та $l_2 = 5$ см. Яку мінімальну роботу проти електричних сил необхідно виконати, щоб поміняти заряди q_1 та q_2 місцями?

$$q_1 = -17 \text{ нКл} = -1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$$

$$q_2 = 20 \text{ нКл} = 2,0 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$$

$$q_3 = 30 \text{ нКл} = 3,0 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$$

$$l_1 = 2 \text{ см} = 0,02 \text{ м}$$

$$l_2 = 5 \text{ см} = 0,05 \text{ м}$$

$A = ?$

Розв'язування. Оскільки робота по переміщенню зарядів визначається не траєкторією руху, а кінцевими положеннями зарядів, то очевидно, що загальна робота з взаємної заміни зарядів складатиметься з двох робіт: роботи з переміщення заряду q_1 з точки 1 у точку 2 та роботи з переміщення заряду q_2 з точки 2 у точку 1:

$$\begin{aligned} A &= q_1 \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) + q_2 \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) = (q_1 - q_2) \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) = \\ &= (q_1 - q_2) \cdot \left(\frac{q_3}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 l_1} - \frac{q_3}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 l_2} \right) = \frac{(q_1 - q_2) \cdot q_3}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{l_1} - \frac{1}{l_2} \right). \end{aligned}$$

Обчислюємо:

$$A = \frac{(-1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Кл} - 2,0 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}) \cdot 3,0 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2 / (\text{Н} \cdot \text{м}^2)} \cdot \left(\frac{1}{0,02 \text{ м}} - \frac{1}{0,05 \text{ м}} \right) \approx 3,00 \cdot 10^{-4} \text{ Дж.}$$

Задача з підручника Бар'яхтар на стор. 248-249.

Задача. Електрон, розпочавши рух із стану спокою, пройшов прискорювальну різницю потенціалів -300 В. Якої швидкості набув електрон? Маса електрона $9,1 \cdot 10^{-31}$ кг, заряд становить $-1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Аналіз фізичної проблеми. Заряд електрона — негативний, його початкова швидкість $v_0 = 0$, тому під дією сил поля електрон рухатиметься в напрямку, протилежному напрямку силових ліній поля, тобто в напрямку збільшення потенціалу. Поле буде виконувати додатну роботу, в результаті кінетична енергія електрона і його швидкість зростатимуть. Отже, скористаємося формулою для розрахунку роботи електростатичного поля, поданою через різницю потенціалів, і теоремою про кінетичну енергію.

Дано:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -300 \text{ В}$$

$$v_0 = 0$$

$$m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

v — ?

Пошук математичної моделі, розв'язання

Згідно з теоремою про кінетичну енергію:

$$A = \Delta W_k = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}, \text{ де } A = e(\varphi_1 - \varphi_2) \text{ — робота сил поля.}$$

$$\text{Таким чином, } e(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{mv^2}{2}, \text{ звідки } v = \sqrt{\frac{2e(\varphi_1 - \varphi_2)}{m}}.$$

Перевіримо одиницю, знайдемо значення шуканої величини:

$$[v] = \sqrt{\frac{\text{Кл} \cdot \text{В}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{Кл} \cdot \text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{Кл}}} = \sqrt{\frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}} = \sqrt{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot (-1,6 \cdot 10^{-19}) \cdot (-300)}{9,1 \cdot 10^{-31}}} \approx 1,0 \cdot 10^7 \text{ (м/с)}.$$

Відповідь: $v \approx 1,0 \cdot 10^7 \text{ м/с}$.