

## Приклади розв'язування задач.

### Задача 5, Вправа 47 (Засекіна)

5. До повітряного конденсатора, зарядженого до напруги 210 В, приєднали паралельно такий самий незаряджений конденсатор, але зі скляним діелектриком. Яку діелектричну проникність має скло, якщо на затискачах батареї встановилася напруга 30 В?

$$U_1 = 210 \text{ В}$$

$$U = 30 \text{ В}$$

$$\varepsilon - ?$$

**Розв'язування.** Фактично ми маємо справу з паралельним з'єднанням конденсаторів  $C_1$  і  $C_2$ , внаслідок чого загальна ємність системи становитиме

$$C = C_1 + C_2,$$

а заряд  $q$ , накопичений на  $C_1$ , залишиться незмінним у системі так, що

$$q = C_1 \cdot U_1 = (C_1 + C_2) \cdot U.$$

Звісно, нам невідомі значення  $C_1$  і  $C_2$ , але за умовою задачі вони мають однакові геометричні розміри і конструкцію (не обов'язково плоскопаралельну), тому за аналогією з ємністю плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$$

можна стверджувати, що ємності  $C_1$  і  $C_2$ , відрізняються між собою в  $\varepsilon$  разів, а саме:

$$C_2 = \varepsilon \cdot C_1.$$

Підставляємо ще значення в попередню формулу:

$$C_1 \cdot U_1 = (C_1 + \varepsilon \cdot C_1) \cdot U \Rightarrow U_1 = U + \varepsilon \cdot U \Rightarrow \varepsilon = \frac{U_1 - U}{U}.$$

Обчислюємо:

$$\varepsilon = \frac{210 \text{ В} - 30 \text{ В}}{30 \text{ В}} = 6.$$

Відповідь: Відносна діелектрична проникність скла становить 6.

---

### Задача 6, Вправа 47 (Засекіна)

6. У яких межах може змінюватись ємність системи, що складається з двох конденсаторів, якщо ємність одного з них постійна і дорівнює 3,33 нФ, а ємність другого змінюється від 22,2 до 555,5 пФ?

$$C_1 = 3,33 \text{ нФ} = 3330 \text{ пФ}$$

$$C_2 = 22,2 \div 555,5 \text{ пФ}$$

$$C_{\text{мін}} - ?, \quad C_{\text{макс}} - ?$$

**Розв'язування.** Очевидно, що найбільша ємність системи буде у разі паралельного з'єднання  $C_1$  і максимального значення  $C_2$ :

$$C_{\text{макс}} = C_1 + C_{2\text{макс}} = 3330 \text{ пФ} + 555,5 \text{ пФ} = 3885,5 \text{ пФ},$$

а найменша ємність – у разі послідовного з'єднання  $C_1$  і мінімального значення  $C_2$ :

$$\frac{1}{C_{\min}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{2\min}} \Rightarrow C_{\min} = \frac{C_1 \cdot C_{2\min}}{C_1 + C_{2\min}}.$$

Обчислюємо

$$C_{\min} = \frac{3330 \text{ нФ} \cdot 22,2 \text{ нФ}}{3330 \text{ нФ} + 22,2 \text{ нФ}} \approx 22,05 \text{ нФ}.$$

Відповідь: Ємність системи може змінюватися від 22,05 пФ до 3,8855 нФ.

Увага! Відповідь, приведена в кінці підручника, невірна. Засекіна знову щось наплутала.

### Задача 7, Вправа 47 (Засекіна)

7. Відстань між пластинами плоского конденсатора, діелектриком якого є пропарафінений папір, дорівнює 2 мм, а напруга між пластинами становить 200 В. Визначте густину енергії поля.

$d = 2 \text{ мм} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$	<b>Розв'язування.</b> Як відомо, енергія конденсатора прямопропорційна його заряду і прикладеній напрузі: $W = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2}.$
$U = 200 \text{ В}$	
$\varepsilon = 2,1$	
$\frac{W}{V} - ?$	Ємність плоского конденсатора $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d},$

а об'єм  $V$  між його обкладками, де зосереджене електричне поле, –  
$$V = S \cdot d.$$

Підставляємо ці значення у вираз для густини енергії поля:

$$\frac{W}{V} = \frac{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d} \cdot \frac{U^2}{2}}{S \cdot d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon \cdot U^2}{2d^2}.$$

Обчислюємо:

$$\frac{W}{V} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon \cdot U^2}{2d^2} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2 / (\text{Н} \cdot \text{м}^2) \cdot 2,1 \cdot (200 \text{ В})^2}{2 \cdot (2 \cdot 10^{-3} \text{ м})^2} \approx 9,3 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}.$$

Тут цікаве питання полягає у отриманні кінцевої розмірності. Оскільки  $1 \text{ В} = 1 \text{ Дж} / \text{Кл}$ , а  $1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot \text{м}$ , то отримуємо:

$$\left[ \frac{W}{V} \right] = \frac{[\varepsilon_0] \cdot [\varepsilon] \cdot [U]^2}{[d]^2} = \frac{\frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2} \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}}{\text{м}^2} = \frac{\text{Дж} \cdot \text{Дж}}{\text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Дж} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}.$$